

令和4年度共通テスト 数学I・数学A

第1問〔1〕

実数 a, b, c が

$$a + b + c = 1 \cdots \textcircled{1}$$

および

$$a^2 + b^2 + c^2 = 13 \cdots \textcircled{2}$$

を満たしているとする。

(1) $(a + b + c)^2$ を展開した式において、①と②を用いると

$ab + bc + ca = \boxed{\text{アイ}}$ であることがわかる。よって

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = \boxed{\text{ウエ}}$$

である。

(2) $a - b = 2\sqrt{5}$ の場合に、 $(a - b)(b - c)(c - a)$ の値を求めてみよう。

$b - c = x$, $c - a = y$ とおくと

$$x + y = \boxed{\text{オカ}}\sqrt{5}$$

である。また、(1)の計算から

$$x^2 + y^2 = \boxed{\text{キク}}$$

が成り立つ。

これらより

$$(a - b)(b - c)(c - a) = \boxed{\text{ケ}}\sqrt{5}$$

である。

【解答】 $\boxed{\text{アイ}}$: -6 $\boxed{\text{ウエ}}$: 38 $\boxed{\text{オカ}}\sqrt{5}$: $-2\sqrt{5}$ $\boxed{\text{キク}}$: 18 $\boxed{\text{ケ}}\sqrt{5}$: $2\sqrt{5}$

関数電卓を用いない解法

(1) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ である。①, ②より,

$$1^2 = 13 + 2(ab + bc + ca)$$

よって, $ab + bc + ca = -6 \cdots \textcircled{3}$

$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 2\{(a^2 + b^2 + c^2) - (ab + bc + ca)\}$ である。

②, ③より, $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 38 \cdots \textcircled{4}$

(2) $x + y = -(a - b) = -2\sqrt{5}$

④より, $x^2 + y^2 = 38 - (a - b)^2 = 38 - 20 = 18$

$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ より,

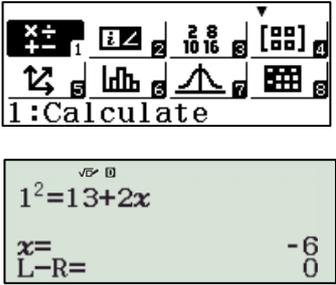
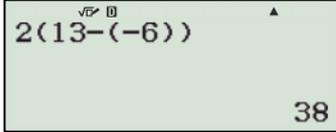
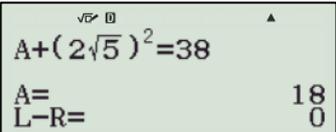
$(-2\sqrt{5})^2 = 18 + 2xy$ であるから,

$$xy = 1$$

したがって, $(a - b)(b - c)(c - a) = 2\sqrt{5} \times 1 = 2\sqrt{5}$

関数電卓を用いた解法

ソルブ機能…方程式の解をニュートン法を使って近似値で求める機能（取扱説明書 p. 27）

操作方法	画面
<p>【操作1】 $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$である。①, ②より、$1^2 = 13 + 2(ab + bc + ca)$ 「1：基本計算」モードで、ソルブ機能を用いて、$1^2 = 13 + 2(ab + bc + ca)$を解く。$ab + bc + ca = x$とする。 「1：基本計算」モードにて、以下を入力する。 x^2 \square \blacktriangleright \square \blacktriangleright ALPHA CALC (=) \square \square $+$ \square \square x  そして、SHIFT CALC を押下し、=を押下すると、$x = -6$と表示される。</p>	
<p>【操作2】 $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 2\{(a^2 + b^2 + c^2) - (ab + bc + ca)\}$である。 ②式、$ab + bc + ca = -6$より、 「1：基本計算」モードにて、以下を入力する。 \square \square \square \square $-$ \square $-$ \square \square \square を押下し、=を押下すると、38と表示される。</p>	
<p>【操作3】 $x + y = -(a - b)$であるから、 「1：基本計算」モードにて、以下を入力する。 $-$ \square $-$ \square $\sqrt{\square}$ \square \blacktriangleright \square を押下し、=を押下すると、$-2\sqrt{5}$と表示される。</p>	
<p>【操作4】 $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 38$より、 $x^2 + y^2 + (2\sqrt{5})^2 = 38$である。$x^2 + y^2 = A$とする。 「1：基本計算」モードで、ソルブ機能を用いて、 $A + (2\sqrt{5})^2 = 38$を解く。 ALPHA = $+$ x^2 \square \square $\sqrt{\square}$ \square \blacktriangleright \square \blacktriangleright \blacktriangleright \blacktriangleright ALPHA CALC \square \square そして、SHIFT CALC を押下し、=を押下すると、$A = 18$と表示される。</p>	

【操作5】

$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ より、

$(-2\sqrt{5})^2 = 18 + 2xy$ である。 $x^2 + y^2 = B$ とする。

「1：基本計算」モードで、ソルブ機能を用いて、

$(-2\sqrt{5})^2 = 18 + 2B$ を解く。

x^2 $($ 2 $\sqrt{\square}$ 5 \rightarrow $)$ \rightarrow \rightarrow \rightarrow ALPHA CALC 1 8 $+$ 2 ALPHA ANS

そして、 SHIFT CALC を押下し、 = を押下すると、 $B=1$ と表示される。

よって、

$(a - b)(b - c)(c - a)$ の値は、

2 $\sqrt{\square}$ 5 \rightarrow \times 1

を押下し、 = を押下すると、 $2\sqrt{5}$ と表示される。

Calculator screen showing the equation $(2\sqrt{5})^2 = 18 + 2B$ and the solution $B=1$. The screen also shows $L-R=$ and 0 .

Calculator screen showing the expression $2\sqrt{5} \times 1$ and the result $2\sqrt{5}$.

※本稿ではエミュレーターを使用しているため、表中の画面は英語表示になっているが、実際の関数電卓では日本語表示になる。